



جمهوری اسلامی ایران
اداره کل آموزش و پرورش شهر تهران
اداره آموزش و پرورش منطقه هفت تهران

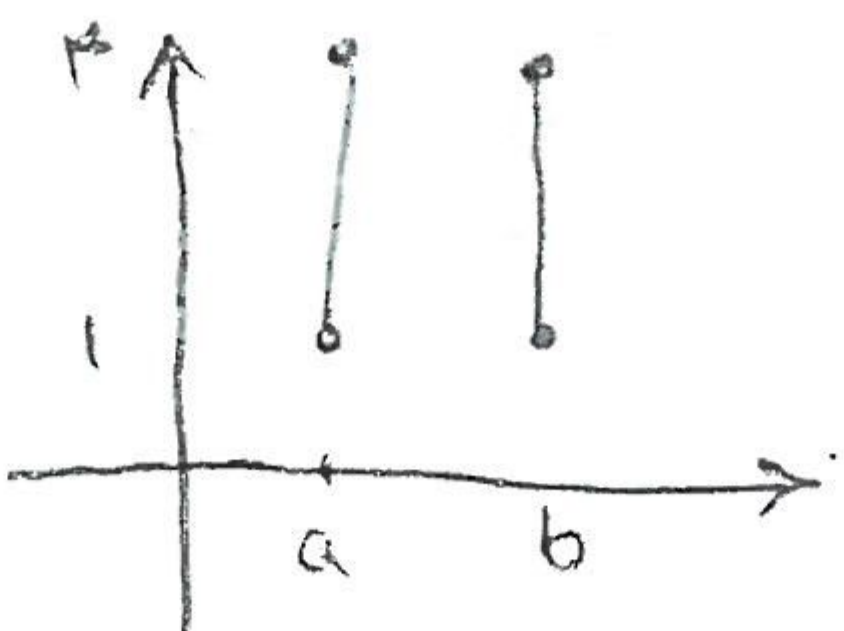
ش سندلی (ش داوطلب):	نام واحد آموزشی: دبیرستان هاتف	نوبت امتحانی: خرداد ماه
نام خانوادگی:	نام پدر:	پایه: یازدهم
سؤال امتحان درس: آمار و احتمال	نام دبیر: آقای ارشدی	سال تحصیلی: ۹۷-۹۸
ساعت امتحان:	وقت امتحان:	تاریخ امتحان:
۱۰:۳۰ صبح	۱۱۰ دقیقه	۱۳۹۸/۳/۵
تعداد برگ سؤال:	تعداد برگ سؤال:	تعداد برگ سؤال:
۱ برگ	۱ برگ	۱ برگ

شماره	سؤال	بارم
۱	جاهای خالی را پر کنید. الف) مجموعه جواب گزاره $x^2 - 1 = 0 \Leftrightarrow \sin^2 x + \cos^2 x = \frac{1}{4}$ در مجموعه اعداد حقیقی برابر است. ب) اگر ارزش گزاره $p \Leftrightarrow q$ نادرست باشد ارزش گزاره $p \Leftrightarrow \sim q$ برابر ج) اگر $A = \{2, 3, 4, 5\}$ و $B = \{-1, 0, 1, 2, 3\}$ آنگاه مجموعه مانند X وجود دارد که در رابطه $(A \cap B) \subseteq X \subseteq (A \cup B)$ صدق می کند.	۱/۵
۲	اگر $A \cap (B \cup C) = \emptyset$ و $D - A = \emptyset$ باشد ثابت کنید: $B - D = B$	۱/۵
۳	مجموعه $\{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ را به چند طریق می توان به ۳ زیرمجموعه افراز نمود به طوریکه اعضای ۱ و ۲ و ۳ در یک مجموعه باشند؟	۱/۵
۴	اگر $B \times A = \{(x, y) x = a \vee x = b \wedge 1 \leq y \leq 4\}$ و $0 < a < b$ و فاصله نزدیک ترین و دورترین نقطه $B \times A$ از مبدا به ترتیب $\sqrt{32}$ ، $\sqrt{5}$ باشد مقدار $a+b$ را بدست آورید.	۱/۵
۵	در مجموعه اعداد طبیعی $1 \leq n \leq 350$ عددی به تصادف انتخاب می کنیم با کدام احتمال نه بر ۴ و نه بر ۶ بخش پذیر است؟	۱/۵
۶	در پرتاب یک تاس احتمال مشاهده هر عدد متناسب با عکس همان عدد است اگر این تاس را پرتاب کنیم احتمال اینکه عدد مشاهده شده کمتر از ۴ باشد را تعیین کنید.	۱/۵

۷	در کیسه ای ۴ کارت وجود دارد. دو طرف یک کارت آبی، دو طرف کارت دیگر قرمز و ۲ کارت دیگر یک رو آبی و یک رو سبز است. یکی از کارت ها را به تصادف انتخاب می کنیم و یک روی آن را می بینیم، اگر روی مشاهده شده آبی باشد با چه احتمالی روی دیگر سبز است؟
۸	دو ظرف داریم در اولی ۴ مهره سبز و ۳ مهره قرمز و در دومی ۳ مهره سبز و ۵ مهره قرمز وجود دارد از ظرف اول یک مهره به طور تصادفی بر میداریم و بدون مشاهده آن را در ظرف دوم قرار می دهیم اکنون یک مهره از ظرف دوم بیرون می آوریم با چه احتمالی این مهره سبز است؟
۹	دانش آموزی در یک آزمون ۴ گزینه ای با ۱۰ سوال شرکت کرده است. و به همه سوالات به تصادف پاسخ می دهد. احتمال اینکه سوال آخر چهارمین سوالی باشد که درست جواب داده است چقدر است؟
۱۰	در ۷۲ داده آماری دسته بندی شده فراوانی نسبی دسته آخر ۰/۲۵ است اگر ۲۸ داده دیگر کوچکتر از میانه به آن ها افزوده شود فراوانی نسبی جدید دسته آخر را بدست آورید؟
۱۱	جامعه ای به اندازه ۱۵ و واریانس ۳/۲ با جامعه دیگری به اندازه ۱۰ و واریانس ۴/۸ تشکیل جامعه جدیدی داده اند. اگر میانگین این دو جامعه یکسان باشد. انحراف معیار جامعه جدید را بدست آورید.
۱۲	در نمودار جعبه ای ۳۱ داده آماری میانگین داده های دنباله سمت چپ ۱۲ و میانگین داده های دنباله سمت راست ۲۱ می باشد. اگر میانگین داده های داخل و روی جعبه ۱۵ باشد میانگین کل داده ها را بدست آورید.
۱۳	از جامعه ای با شماره های ۱ تا N نمونه $\{۷, ۱۵, ۲۳, \dots, ۷۱\}$ به صورت سیستماتیک انتخاب شده است N را بدست آورید.
۱۴	میانگین جامعه ای با اطمینان ۹۵٪ در بازه $[۷, ۹/۴]$ است. اگر اندازه نمونه ۲۵ باشد، واریانس جامعه را بدست آورید.
۱۵	از جامعه $\{۱, ۲, ۳, ۴, ۵\}$ یک نمونه به اندازه ۳ انتخاب کرده ایم اگر پارامتر جامعه میانگین آن باشد. چقدر احتمال دارد برآورد نقطه ای از پارامتر جامعه با پارامتر جامعه برابر باشد؟

ساعت امتحان: ۱۰:۳۰ صبح
 وقت امتحان: دقیقه
 تاریخ امتحان: ۱۳۹۸/۲/۵
 تعداد برگ سؤال: ۱ برگ

ش سندلی (ش داوطلب): نام واحد آموزشی: دبیرستان هاتف نوبت امتحانی: خرداد ماه
 نام خانوادگی: نام پدر: پایه: یازدهم رشته: ریاضی
 سؤال امتحان درس: آمار و احتمال نام دبیر: آقای ارشدی سال تحصیلی: ۹۷-۹۸

شماره	بارم	سؤال
۱	۱/۵	جاهای خالی را پر کنید. الف) مجموعه جواب گزاره نمای $\sin^2 x + \cos^2 x = \frac{1}{2} \Leftrightarrow x^2 - 1 = 0$ در مجموعه اعداد حقیقی برابر $\mathbb{R} - \{+1, -1\}$ است. ب) اگر ارزش گزاره $p \Leftrightarrow \sim q$ نادرست باشد ارزش گزاره $q \Leftrightarrow p$ برابر ج) اگر $A = \{2, 3, 4, 5\}$ و $B = \{-1, 0, 1, 2, 3\}$ آنگاه X مجموعه مانند X وجود دارد که در رابطه $(A \cap B) \subseteq X \subseteq (A \cup B)$ صدق می کند.
۲	۱/۵	اگر $A \cap (B \cup C) = \emptyset$ و $D - A = \emptyset$ باشد ثابت کنید: $B - D = B$ $D - A = \emptyset \Rightarrow D \subseteq A \Rightarrow A' \subseteq D'$ ①, $A \cap (B \cup C) = \emptyset \Rightarrow (B \cup C) \cap A = \emptyset \Rightarrow B \cup C \subseteq A'$ ② $\Rightarrow B \cup C \subseteq D'$ $\Rightarrow \begin{cases} B \subseteq B \cup C \\ B \cup C \subseteq D' \end{cases} \Rightarrow B \subseteq D' \Rightarrow B \cap D = \emptyset \Rightarrow B - D = B$
۳	۱/۵	مجموعه $\{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ را به چند طریق می توان به ۳ زیرمجموعه افراز نمود به طوریکه اعضای ۱ و ۲ و ۳ در یک مجموعه باشند؟ $\{1, 2, 3\} \{4\} \{5, 6\}$ $\{1, 2, 3, 4\} \{5\} \{6\}$ $\{1, 2, 3, 5\} \{4\} \{6\}$ $\{1, 2, 3, 6\} \{4\} \{5\}$ $\{1, 2, 3, 4, 5\} \{6\}$ $\{1, 2, 3, 4, 6\} \{5\}$ $\{1, 2, 3, 5, 6\} \{4\}$ $\{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ مجموع = ۶ ارزش
۴	۱/۵	اگر $B \times A = \{(x, y) x = a \vee x = b \wedge 1 \leq y \leq 4\}$ و $0 < a < b$ و فاصله نزدیک ترین و دورترین نقطه $B \times A$ از مبدا به ترتیب $\sqrt{5}$ ، $\sqrt{13}$ باشد مقدار $a+b$ را بدست آورید. $\begin{cases} \sqrt{5} = \sqrt{a^2 + 1} \\ \sqrt{13} = \sqrt{b^2 + 4} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a = 2 \\ b = 3 \end{cases} \Rightarrow a + b = 5$ 
۵	۱/۵	در مجموعه اعداد طبیعی $1 \leq n \leq 350$ عددی به تصادف انتخاب می کنیم با کدام احتمال نه بر ۴ و نه بر ۶ بخش پذیر است؟ $P(A \cap B') = P(A \cup B)' = 1 - P(A \cup B) = 1 - P(A) - P(B) + P(A \cap B)$ $= 1 - \frac{C(350, 4)}{350} - \frac{C(350, 6)}{350} + \frac{C(350, 12)}{350} = 1 - \frac{17}{350} - \frac{58}{350} + \frac{49}{350}$ $= \frac{224}{350}$
۶	۱/۵	در پرتاب یک تاس احتمال مشاهده هر عدد متناسب با عکس همان عدد است اگر این تاس را پرتاب کنیم احتمال اینکه عدد مشاهده شده کمتر از ۴ باشد را تعیین کنید. $P(1) + \dots + P(4) = 1 \Rightarrow x + \frac{x}{2} + \frac{x}{3} + \frac{x}{4} = 1$ $\Rightarrow x = \frac{120}{127} \Rightarrow P(\{1, 2, 3\}) = P(1) + P(2) + P(3) = \frac{110}{127}$

۱۱۵	<p>در کیسه ای ۴ کارت وجود دارد. دو طرف یک کارت آبی، دو طرف کارت دیگر قرمز و ۲ کارت دیگر یک رو آبی و یک رو سبز است. یکی از کارت ها را به تصادف انتخاب می کنیم و یک روی آن را می بینیم، اگر روی مشاهده شده آبی باشد با چه احتمالی روی دیگر سبز است؟</p> $\Rightarrow \frac{\frac{1}{4} \times \frac{1}{2}}{\frac{1}{4} \times \frac{1}{2} + \frac{1}{4} \times \frac{1}{2} + \frac{3}{4} \times \frac{2}{3}} = \frac{\frac{1}{8}}{\frac{1}{4}} = \frac{1}{4}$	۷
۱۱۵	<p>دو ظرف داریم در اولی ۴ مهره سبز و ۳ مهره قرمز و در دومی ۳ مهره سبز و ۵ مهره قرمز وجود دارد از ظرف اول یک مهره به طور تصادفی بر می داریم و بدون مشاهده آن را در ظرف دوم قرار می دهیم اکنون یک مهره از ظرف دوم بیرون می آوریم با چه احتمالی این مهره سبز است؟</p> $\Rightarrow \frac{1}{4} \times \frac{3}{4} + \frac{3}{4} \times \frac{3}{8} = \frac{3}{16} + \frac{9}{32} = \frac{6}{32} + \frac{9}{32} = \frac{15}{32}$	۸
۱۱۵	<p>دانش آموزی در یک آزمون ۴ گزینه ای با ۱۰ سوال شرکت کرده است. و به همه سوالات به تصادف پاسخ می دهد. احتمال اینکه سوال آخر چهارمین سوالی باشد که درست جواب داده است چقدر است؟</p> $P(A) = \binom{9}{3} \left(\frac{1}{4}\right)^3 \left(\frac{3}{4}\right)^6 = \frac{21 \times 3^6}{4^{18}}$	۹
۱	<p>در ۷۲ داده آماری دسته بندی شده فراوانی نسبی دسته آخر ۰/۲۵ است اگر ۲۸ داده دیگر کوچکتر از میانه به آن ها افزوده شود فراوانی نسبی جدید دسته آخر را بدست آورید؟</p> $\frac{f_k}{n} = 0.25 \Rightarrow f_k = 0.25 \times 72 = 18 \Rightarrow \frac{f_{k, new}}{n} = \frac{18}{100} = 0.18$	۱۰
۱	<p>جامعه ای به اندازه ۱۵ و واریانس ۳/۲ با جامعه دیگری به اندازه ۱۰ و واریانس ۴/۸ تشکیل جامعه جدیدی داده اند. اگر میانگین این دو جامعه یکسان باشد. انحراف معیار جامعه جدید را بدست آورید.</p> $\sigma^2 = \frac{\sum (y_i - \bar{x})^2 + \sum (x_i - \bar{x})^2}{25} = \frac{94}{25} \times \frac{4}{4} = 3.84 \Rightarrow \sigma = \sqrt{3.84}$	۱۱
۱۱۵	<p>در نمودار جعبه ای ۳۱ داده آماری میانگین داده های دنباله سمت چپ ۱۲ و میانگین داده های دنباله سمت راست ۲۱ می باشد. اگر میانگین داده های داخل و روی جعبه ۱۵ باشد میانگین کل داده ها را بدست آورید.</p> $\bar{x} = \frac{7 \times 12 + 17 \times 15 + 7 \times 21}{31} = 15.42$	۱۲
۱	<p>از جامعه ای با شماره های ۱ تا N نمونه $\{7, 15, 23, \dots, 71\}$ به صورت سیستماتیک انتخاب شده است N را بدست آورید.</p> $\frac{N}{k} = d \Rightarrow a_n = a_1 + (n-1)d \Rightarrow 71 = 7 + (n-1) \times 8 \Rightarrow n = 9 \Rightarrow \frac{N}{9} = 8 \Rightarrow N = 72$	۱۳
۱	<p>میانگین جامعه ای با اطمینان ۹۵٪ در بازه $[7, 9/4]$ است. اگر اندازه نمونه ۲۵ باشد، واریانس جامعه را بدست آورید.</p> $\begin{cases} \bar{x} = \frac{7 + 9.4}{2} = 8.2 \\ \frac{\sum \sigma^2}{\sqrt{n}} = 9.4 - 7 = 2.2 \end{cases} \Rightarrow n = 25 \Rightarrow \sum \sigma^2 = 25 \times 2.2 \Rightarrow \sigma^2 = 9$	۱۴
۱	<p>از جامعه $\{1, 2, 3, 4, 5\}$ یک نمونه به اندازه ۳ انتخاب کرده ایم اگر پارامتر جامعه میانگین آن باشد. چقدر احتمال دارد برآورد نقطه ای از پارامتر جامعه با پارامتر جامعه برابر باشد؟</p> $\mu = \frac{1+2+\dots+5}{5} = 3 \Rightarrow \begin{cases} \{2, 3, 4\} \\ \{1, 3, 5\} \end{cases} \Rightarrow \frac{2}{10} = \frac{1}{5}$	۱۵